

MODELAÇÃO DA ADERÊNCIA ENTRE O BETÃO E MATERIAIS DE REFORÇO



P. NETO
Assistente 2º Triénio
ESTBarreiro/IPS
Barreiro



J. VINAGRE
Director ESTB/IPS
Prof. Auxiliar
IST/UTL
Lisboa



J. ALFAIATE
Prof. Auxiliar
IST/UTL
Lisboa

SUMÁRIO

O sucesso do reforço de estruturas de betão armado, com recurso à técnica de colagem de materiais compósitos, está intimamente relacionado com o comportamento da ligação entre o betão e o FRP. A correcta quantificação da aderência entre estes materiais é pois, um aspecto que tem vindo a merecer atenção crescente, apresentando-se resumidamente neste artigo, os principais modelos matemáticos para a modelação da ligação por aderência.

1. INTRODUÇÃO

A correcta quantificação da aderência entre o novo material e o betão, constitui o principal problema na adopção destas soluções, atendendo a que é, muitas vezes, por esta interface que a rotura ocorre (ou por problemas com ela directamente relacionados), facilmente se compreende a importância do estudo desta ligação e a necessidade de desenvolvimento de técnicas que permitam a sua modelação em projecto. Assim, neste artigo e integrado em estudos actualmente em elaboração, apresentam-se, de uma forma resumida, os principais modelos matemáticos adoptados no desenvolvimento de ferramentas de cálculo automático, para a modelação da aderência entre o betão e os materiais de reforço. A resistência de uma ligação colada depende do valor máximo da aderência entre os materiais a ligar, resultado da comparação dos valores de resistência ao corte numa camada superficial do betão, de resistência coesiva e adesiva da resina e da resistência interlaminar no caso de laminados. A

situação condicionante será a que apresentar menor valor e a generalidade das publicações conclui que o principal responsável pela rotura da ligação é o betão. Os ensaios de corte de junta simples, de junta dupla e de flexão de prismas de betão reforçados na face traccionada com entalhe a meio vão, são os mais referenciados pela generalidade dos autores, no que respeita ao estudo do comportamento deste tipo de ligação. O mesmo se passa no âmbito analítico e numérico, com objectivo de aproximação aos resultados experimentais, a fim da validação de uma determinada proposta de modelo matemático de aderência.

2. LEI DE COMPORTAMENTO DA INTERFACE

O comportamento da ligação por aderência entre o FRP e o betão pode ser caracterizado através de uma relação constitutiva local entre tensões de corte (tensões de aderência) e escorregamento da junta. Tendo em conta as seguintes hipóteses: materiais aderentes homogêneos, isotrópicos e apresentando comportamento elástico linear; adesivo homogêneo e isotrópico; adesivo sujeito apenas a tensões tangenciais; esforços de flexão desprezáveis; distribuição uniforme das tensões normais ao longo da secção transversal de betão e do material de reforço; espessura e largura dos materiais constante, e que na generalidade dos casos de reforço $E_f A_f \ll E_c A_c$, é possível obter a seguinte equação diferencial,

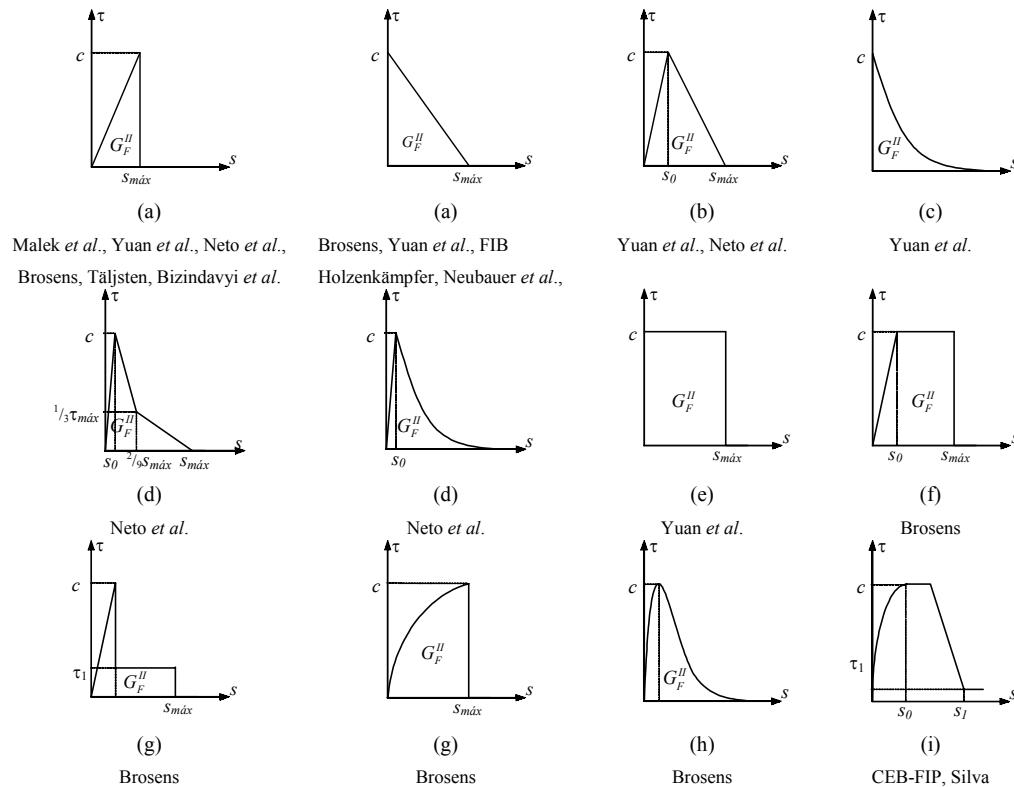


Figura 1: Relações constitutivas da interface propostas na bibliografia.

$$\frac{d^2 s}{dx^2} - \frac{1}{E_f t_f} \tau(s) = 0. \quad (1)$$

A solução da Equação (1) depende da relação τ - s , adoptada para a interface betão-reforço. A Figura 1 mostra algumas das curvas propostas presentes na bibliografia. De referir ainda a relação apresentada por Popovics dada pela Equação (2), cujo modelo foi utilizado por alguns investigadores, nomeadamente, Nakaba *et al.* [1] e Savoia *et al.* [2], na descrição do comportamento da interface, onde n é uma constante empírica.

$$\tau(s) = c \frac{s}{s_{m\acute{a}x}} \frac{n}{(n-1) + (s/s_{m\acute{a}x})^n}. \quad (2)$$

3. PARÂMETROS MATERIAIS

A fim de ajustar a relação constitutiva adoptada para a modelação matemática do comportamento da ligação colada à realidade experimental, é necessário definir alguns parâmetros associados à interface, designadamente, a rigidez, a coesão e a energia de fractura em modo II. Os seus valores devem ser calibrados a partir de resultados experimentais, procurando uma relação com as propriedades mecânicas e geométricas já estabelecidas para os materiais intervenientes na ligação.

3.1 Rigidez da interface

Associado a um modelo analítico de corte simples, Lee *et al.* [3], consideraram a relação indicada na Figura 1(a), permitindo, em regime elástico, determinar o valor da rigidez da interface através de $k_{int} = G_a/t_a$, em que G_a é o módulo de distorção da camada de resina e t_a é a respectiva espessura. O referido estudo pretendia complementar a análise de resultados experimentais, provenientes de ensaios de corte de junta dupla, de prismas de betão reforçados com folhas de FRP, observando razoável concordância entre valores dos ensaios e do modelo de corte simples. Experimentalmente obtiveram $k_{int}=1690MPa/mm$, $1540MPa/mm$ e $1390MPa/mm$ para 1, 2 e 3 camadas de resina, respectivamente. De Lorenzis *et al.* [4], realizaram um estudo experimental para avaliar a aderência entre o betão e folhas de CFRP, em vigas de betão simplesmente apoiadas com entalhe a meio vão e reforçadas na face traccionada. Efectuaram também uma análise elástica linear por intermédio de um modelo de corte simples, referindo que particularmente nos sistemas curados *in-situ*, a rigidez da interface deve contabilizar a influência das resinas presentes, nomeadamente o saturante e o primário, apresentando a Equação (3).

$$k_{int} = (G_{saturante} G_{prim\acute{a}rio}) / (t_{prim\acute{a}rio} G_{saturante} + t_{saturante} G_{prim\acute{a}rio}). \quad (3)$$

O valor determinado para o caso estudado foi $k_{int}=383MPa/mm$.

Nos casos anteriores a determinação da rigidez da interface dependeu exclusivamente da resina. Porém, Bizindavyi *et al.* [5] observaram, a partir de ensaios ao corte simples com laminados de FRP, que uma pequena porção de betão com cerca de 2mm a 3mm de espessura permanecia ligada ao compósito após a rotura. Concluíram, então, haver transferência de tensões de corte entre os dois materiais, ao longo dessa espessura, sendo necessário considerar um módulo de distorção global da interface. Este parâmetro corresponde ao declive da curva tensão tangencial-distorção obtido a partir de resultados experimentais, devendo ser ajustado a uma função da forma $G_{\text{int}}=a\xi^3+b\xi^2+c\xi+d$, em que a , b , c e d são constantes e $\xi = N_f / N_{f\text{máx}}$ é o grau de carregamento. Também Brosens [6], através da Equação (4), contabiliza a contribuição do betão, considerando uma denominada espessura de influência, t_{inf} , sendo 2.5 a 3 vezes a dimensão máxima do inerte, que no caso foi de 14mm, tendo adoptado $t_{\text{inf}}=40\text{mm}$.

$$k_{\text{int}} = E_c / 2.4 t_{\text{inf}} + E_{\text{primário}} / 2.5 t_{\text{primário}} + n G_a / t_a . \quad (4)$$

Considerando $E_c=31103\text{MPa}$, $E_{\text{primário}}=7200\text{MPa}$, $G_f=929\text{MPa}$, $t_{\text{inf}}=40\text{mm}$, $t_{\text{primário}}=3\text{mm}$ e $t_f=0.2\text{mm}$, obtiveram $k_{\text{int}}=1501\text{MPa/mm}$, 1687MPa/mm e 1873MPa/mm , para um número de camadas de reforço, $n=1, 2$ e 3 , respectivamente. Relativamente aos trabalhos expostos neste parágrafo, todos os autores observaram que, para níveis de carregamento até ao início da fendilhação, se conseguem boas previsões analíticas face aos resultados experimentais.

3.2 COESÃO

Observando-se que, na generalidade dos casos, a rotura da ligação ocorre pelo betão, é pertinente relacionar a tensão máxima de corte ao nível da interface com as propriedades do betão. Considere-se, então o critério linear de rotura de Mohr-Coulomb, onde se define uma recta tangente a ambos os círculos de Mohr; para a tracção pura e para a compressão pura. Holzenkämpfer [7], refere que a coesão c é alcançada quando a tensão normal à interface é nula, obtendo-se a Equação (5).

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{f_{cm} f_{ctm}} \quad (5)$$

A partir de ensaios ao corte simples e do traçado de linhas de rotura de Mohr-Coulomb, Arduini *et al.* [8] chegaram a valores de coesão de 5.0MPa, para betões com $f_{cm} = 36\text{MPa}$, $f_{ctm} = 2.7\text{MPa}$ e $f_{cm} = 33\text{MPa}$, $f_{ctm} = 2.6\text{MPa}$, o que está de acordo com a Equação (5).

Por outro lado, Brosens [6], considera que a situação de corte puro corresponde a admitir nula a tensão de compressão no betão. Tem-se assim, a Equação (6), afectada de dois parâmetros: k_b e k_c . O primeiro descreve a influência da largura do reforço, o qual contabiliza dois tipos de efeitos: a dependência da capacidade resistente face às dimensões (*size effect*) e a propagação das forças no betão. k_c depende da preparação da superfície de betão, propondo-se valores crescentes de 0.65 até 1.00, à medida que se obtêm melhores condições de preparação da superfície de betão. k e b_{f0} são constantes empíricas, podendo determinar-se b_{f0} por intermédio

de $b_{f0} = t_{inf} / (k - 1)$. O valor de k proposto por Brosens foi de 1.47, mediante a comparação entre resultados experimentais e analíticos. Como já apontado $t_{inf} = 40mm$. Os provetes de betão ensaiados apresentavam dois cortes longitudinais ao longo dos limites laterais do reforço, como tal $b_f = b_c$ e consequentemente $k_{b2} = 1$. Utilizando um betão com $f_{cm} = 44.9MPa$ e $f_{ctm} = 3.7MPa$, os valores obtidos por Brosens [6] para a coesão foram de 2.70MPa e 3.01MPa para larguras do CFRP de 120mm e 80mm, respectivamente.

$$c = k_b k_c \frac{f_{cm} f_{ctm}}{f_{cm} + f_{ctm}} = \sqrt{k \left(2 - \frac{b_f}{b_c} \right)} \left/ 1 + \frac{b_f}{b_{f0}} \right. \cdot k_c \frac{f_{cm} f_{ctm}}{f_{cm} + f_{ctm}}. \quad (6)$$

Observou-se experimentalmente para casos práticos [6], que a coesão pode ser determinada aproximadamente por meio da Equação (7.a), enquanto Chajes *et al.* [9], apresentam a Equação (7.b), que depende da resistência à compressão do betão. À constante K atribuíram o valor de 0.92. A resistência à compressão do betão variou entre 24MPa e 43.6MPa, conduzindo a valores de coesão entre 5MPa e 6MPa. Também Nakaba *et al.* [1] verificaram que c tende a aumentar à medida que sobe a resistência à compressão do betão, apresentando a Equação (7.c) obtida de ensaios ao corte com junta dupla com laminados de FRP. Para resistência à compressão do betão de 23.8MPa e 57.6MPa obtiveram valores médios de coesão de 6.3MPa e 7.6MPa, respectivamente, com natural correspondência analítica. A coesão determinada através da Equação (7.c) é utilizado no modelo constitutivo definido pela Equação (2), onde os restantes parâmetros são determinados também com base experimental: $s_{m\acute{a}x} = 0.065mm$ e $n = 3$. Estes valores revelam-se similares aos apresentados por Savoia *et al.* [2].

$$\text{a) } c \approx f_{ctm} \quad \text{b) } c = K \sqrt{f_{cm}} \quad \text{c) } c = 3.5(f_{cm})^{0.19}, \quad (7)$$

3.3 ENERGIA DE FRACTURA

Admitindo ser o betão a condicionar o comportamento da ligação à rotura, é pois natural que a energia de fractura esteja associada a este material, correspondendo ao modo II dada a natureza dos esforços envolvidos. Holzenkämpfer [7], estabelece uma relação entre este parâmetro e a resistência à tracção do betão, dada pela Equação (8.a). Tal como para a coesão, também considera a influência da largura do reforço (k_b) e da preparação da superfície (k_c) [6][7]. A constante empírica c_F^{II} (mm), associada ao cálculo de G_F^{II} , é resultado da calibração a partir de resultados experimentais, sendo o valor proposto por Brosens [6], de 0.40mm, exibindo a energia de fractura valores de 0.91N/mm e 1.13N/mm para larguras de CFRP de 120mm e 80mm, respectivamente. Neubauer *et al.* [10] apresentam a Equação (8.b), semelhante à anteriormente referida, com $c_F^{II} = 0.204mm$. Finalmente, refira-se que Täljsten [11], por meio de um método laboratorial para determinação da energia de fractura do betão em modo II, propõe um valor de 1.2N/mm, para um betão com uma resistência média à tracção de 4.1MPa.

$$\text{a) } G_F^{II} = k_b^2 k_c^2 c_F^{II} f_{ctm}, \quad \text{b) } G_F^{II} = c_F^{II} f_{ctm}, \quad (8)$$

4. RESISTÊNCIA DA LIGAÇÃO

Da Equação (1), adoptando as relações constitutivas indicadas na Figura 1, constata-se que a carga máxima resistida pela ligação apresenta o mesmo valor quando o comprimento de ancoragem tende para infinito. Atendendo a que o estudo deste tipo de ligação se enquadra numa perspectiva de reforço de elementos de betão, tem-se usualmente $E_c A_c \gg E_f A_f$, resulta

$$N_u = b_f \sqrt{2G_F'' E_f t_f} . \quad (9)$$

Refiram-se ainda alguns modelos empíricos presentes na bibliografia. Hiroyuki *et al.* [12], a partir de ensaios de corte de junta dupla, com folhas de fibras de carbono, chegaram à Equação (10.a) que relaciona o comprimento de aderência $l_b(mm)$ com a tensão de corte de ruína da junta $\tau_{máx}$, enquanto que em trabalhos realizados por Sato *et al.* [13], se considera a Equação (10.b).

$$\text{a) } N_{máx} = 27.44 l_b^{-0.331} b_f \quad \text{b) } N_{máx} = (6.13 - \ln l_b) b_f l_b \quad (10)$$

Maeda *et al.* [14], formulam a Equação (11), introduzindo o conceito de comprimento efectivo de ancoragem l_{bef} , perdendo validade se $l_b < l_{bef} = e(10.14 - 0.580 \ln E_f t_f)(mm)$. Chen *et al.* [15] tendo como base a relação constitutiva da Figura 1(c), apresentam a Equação (12), em que β_{lb} é introduzido por se considerar directamente, naquela equação, o comprimento efectivo de amarração, $l_{bef} = (E_f t_f / f_c)^{0.5}$.

$$N_u = 110.2 \times 10^{-6} E_f t_f b_f l_{bef} \text{ (MPa)}. \quad (11)$$

$$N_{máx} = 0.427 \beta_b \beta_{lb} \sqrt{f_c} b_f l_{bef} , \quad (12)$$

$$\beta_b = \sqrt{\frac{2 - b_f / b_c}{1 + b_f / b_c}} , \quad \beta_{lb} = \begin{cases} 1 & \text{se } l_b \geq l_{bef} \\ \sin(\pi l_b / 2 l_{bef}) & \text{se } l_b < l_{bef} \end{cases} . \quad (13)$$

5. OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES

Os valores provenientes da aplicação de algumas das expressões presentes na bibliografia e anteriormente referidas são comparados com os resultados provenientes de um estudo numérico efectuado por Neto *et al.* [16]. Adoptou-se então, a relação constitutiva representada na Figura 1(d) para descrever o comportamento da ligação Betão-CFRP num modelo de corte simples. Por meio da aplicação do método de elementos finitos, com base em ensaios experimentais, procedeu-se à calibração do modelo, tendo-se considerado os seguintes parâmetros: $k_{int}=1000 \text{ MPa/mm}$, $c=5.0 \text{ MPa}$ e $G_F'' = 1.5 \text{ N/mm}$. A carga última foi de 22.5 kN , obtida para comprimentos de amarração superiores a 200 mm . Adoptando um critério que

considera que o comprimento efectivo de ancoragem é correspondente a atingir de 97% da força última de aderência, o valor determinado foi de 120mm. O betão dos provetes ensaiados (200mm×200mm×400mm) apresentava as seguintes características: $E_{cm} = 31.6GPa$, $f_{cm} = 36.4MPa$ e $f_{ctm} = 2.8MPa$. O sistema de reforço consistiu em folhas unidireccionais de fibras de carbono impregnadas *in-situ* com resinas do sistema MBrace, com espessura de 0.111mm, largura de 80mm. $E_c = 240GPa$. Na Tabela 1 apresentam-se os valores da coesão, da energia de fractura e da carga última da ligação, resultado da aplicação das equações já referenciadas para o caso referido. Nas equações em que foi necessária a introdução de parâmetros empíricos, utilizaram-se os valores propostos pelos autores, o que pode estar na origem de alguns resultados se afastarem do valor esperado. Não se referem os valores para a rigidez da interface obtidos para este caso, uma vez que foi difícil comprovar o valor apresentado, face aos resultados experimentais existentes. Por outro lado, este parâmetro, revela-se de importância reduzida em termos da capacidade resistente da ligação. Contudo, é possível observar que os valores presentes na bibliografia relativos a k_{int} se enquadram na mesma ordem de grandeza do valor adoptado no modelo numérico. Da Tabela 1, resulta que os valores da coesão provenientes das Equações (5) e (9) são os que mais se aproximam do valor adoptado. Segundo Hassan *et al.* [17], a coesão apresenta-se entre 3.5MPa e 6.0MPa, correspondendo a uma média próxima de 5.0MPa, em consonância com o valor considerado. Quanto à energia de fractura o valor obtido a partir da Equação (11) pode considerar-se coincidente com o resultado do modelo, contrariamente ao sucedido com a Equação (12). Refira-se ainda que Täljsten [11] apresenta um valor de energia de fractura de 1.2N/mm, valor próximo do adoptado. A carga última resultante das Equações (13) e (17), que têm origens semelhantes, conduzem a valores próximos do obtido. As restantes equações têm um carácter mais empírico, podendo os resultados estar muito dependentes das condições dos ensaios que estiveram na sua origem, o que pode justificar o maior afastamento verificado face ao valor esperado. O comprimento de amarração adoptado nas Equações (14) e (15) foi de 200mm, pois foi a partir desse valor que se atingiu, no modelo estudado [16], o valor de $N_u = 22.5kN$. Com base no estudo efectuado é pois, possível aferir a ordem de grandeza dos parâmetros que definem a lei de comportamento da interface, quando sujeita a tensões tangenciais. Assim, juntamente com algumas das expressões apresentadas, consegue-se estimar, com alguma facilidade, a capacidade resistente da ligação. Os aspectos aqui referidos terão interesse nomeadamente na definição de novos modelos matemáticos, bem como em questões relacionadas com projectos de reforço exterior.

Tabela 1 – Valores obtidos através de expressões presentes na bibliografia

c (MPa)					G_F^II (N/mm)		N_u (kN)				
5.0	2.9	2.6	5.6	6.9	1.4	0.6	22.6	12.7	13.3	15.9	25.9
(5)	(6)	(7.a)	(7.b)	(7.c)	(8.a)	(8.b)	(9)	(10.a)	(10.b)	(11)	(12)

6. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do projecto “Estudo da Ligação entre Betão e Materiais Compósitos de Reforço” – POCTI/ECM/36043/99, financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

7. REFERÊNCIAS

- [1] Nakaba, K., *et al.* – “Bond Behaviour between fibre-reinforced polymer laminates and concrete” *Structural Journal*, ACI, Vol. 98, Nº. 3, 2001, p. 359-367.
- [2] Savoia, M.; Ferracuti, B.; Mazzoti, C. – “Delamination of FRP plate/sheets used for strengthening of rc elements”, *ISEC-02, Second International Conference on Structural Engineering and Construction*, Conference Proceedings, Rome, 2003, p. 23-26.
- [3] Lee, Y. J. *et al.* – “Slip modulus of FRP sheets bonded to concrete”, *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 3, Nº. 4, 1999, p. 161-167.
- [4] De Lorenzis, L.; Miller, B.; Nanni, A. – “Bond of FRP laminated to concrete”, *Material Journal*, ACI, Vol. 98, Nº. 3, 2000, p. 256-264.
- [5] Bizindavyi, L.; Neale, K. W. – “Transfer lengths and bond strengths for composites bonded to concrete”, *Journal of Composites for Construction*, ASCE, Vol. 3, Nº. 4, 1999, p. 153-160.
- [6] Brosens, K. – *Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for the strengthening of concrete elements*, Doctoral Thesis, K. U. Leuven, 2001.
- [7] Holzenkämpfer, P. – *Ingenieurmodelle des Verbunds geklebter Bewehrung für Betonbauteile*, Heft 108, IBMB, Braunschweig, Germany, Doctoral thesis, 1994
- [8] Arduini, M.; Di Tommaso, A.; Nanni, A. – “Brittle Failure in FRP Plate End Sheet Bonded Beams”, *Structural Journal*, ACI, Vol. 94, Nº. 4, 1997, p. 363-370.
- [9] Chajes, M. J. *et al.* – “Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete” *Structural Journal*, ACI, Vol. 93, No. 2, 1996, p. 208-217.
- [10] Neubauer, U.; Rostásy, F., – “Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP plates”, *Structural Faults and Repairs*, Proceedings of 7th International Conference, ECS Publications, Edinburgh, Vol. 2, 1997, p. 109-118.
- [11] Täljsten, B., – *Plate bonding – strengthening of existing concrete structures with epoxy bonded plates of steel or fibre reinforced plastics*, Doctoral Thesis, Division of Structural Engineering, Lulea University of Technology, ISSN 0348-8373, Sweden, 1994.
- [12] Hiroyuki, Y.; Wu, Z. – “Analysis of debonding fracture properties of CFS strengthened member subject to tension”, *Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Proceedings of 3rd International Symposium, Japan Concrete Institute, Sapporo, Vol. 1, 1997, p. 287-294.
- [13] Sato, Y., *et al.* – “Shear reinforcing effect of carbon fibre sheet attached to side of reinforced concrete beams”, *Advanced Composites Materials in Bridges and Structures*, Proceedings of 2nd International Conference, El-Badry, ed. Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, 1996, p. 621-627.
- [14] Maeda, T. *et al.* – “A study on bond mechanism of carbon fibre sheet”, *Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures*, Proceedings of 3rd International Symposium, Japan Concrete Institute, Sapporo Vol. 1, 1997, p. 279-285.
- [15] Chen J. F.; Teng, J. G. – “Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127 Nº. 7, 2001, p. 784-791.
- [16] Neto, P. *et al.* – “A influência do modo II de fractura no reforço do betão com FRP”, ed. J. I. Barbosa, 2003, Évora, p. 57-64.
- [17] Hassan, T.; Rizkalla, S. – “Investigation of bond in concretes structures strengthened with near surface mounted carbon fiber reinforced polymers strips”, *Journal of Composite for Construction*, ASCE, Vol. 7, Nº 3, 2003, p. 248-257.